

einer Strukturdeutung nicht vorgreifen soll. Alle Glieder mit konstantem BeO-Gehalt (konstantes q) sind durch dünne Linien, alle Glieder mit konstantem p durch dicke Linien verbunden. Die Linie $p=0$ verbindet die reinen Oxydopolymere. Die Maxima der Häufigkeiten längs $q=\text{const}$ liegen jeweils bei $(\text{BeO})_q \text{Be}_1$ ($p=1$).

Dieses Verhalten könnte man durch die Annahme deuten, daß im Funken einfachgeladene Kettenmoleküle besonders häufig gebildet werden, die abwechselnd aus einem Be-Atom und einem Sauerstoffatom bestehen und an beiden Enden mit einem Be-Atom abschließen wie etwa $(\text{Be}-\text{O}-\text{Be})^+$, $(\text{Be}-\text{O}-\text{Be}-\text{O}-\text{Be})^+$, $(\text{Be}-\text{O}-\text{Be}-\text{O}-\text{Be}-\text{O}-\text{Be})^+$ usw.

Über den zeitlichen Verlauf des Stromes einer Townsend-Entladung im ebenen Felde

Von R. KLUCKOW

Aus dem Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg
(Z. Naturforsch. 16 a, 539—547 [1961]; eingegangen am 18. Februar 1961)

The transient growth of currents in a Townsend gas discharge system under uniform dc field conditions is calculated by means of the theory given by AUER¹. Three cases are examined in detail: 1) The discharge is initiated by a short UV light pulse releasing a great number of electrons from the cathode. 2) The discharge is started by a single electron. 3) The discharge develops under constant external illumination producing a great number of electrons within a period of an electron transit time.

Earlier experimental work is discussed on the basis of the calculated relations.

In den letzten Jahren haben sich mehrere Autoren^{2—6} zum Ziel gesetzt, den Strom einer Townsend-Entladung in der Nähe der statischen Durchbruchsspannung als Funktion der Zeit zu messen und mit der Theorie zu vergleichen. Auf diese Weise konnten die Voraussetzungen der Theorie geprüft und somit die Kenntnis über den wirksamen Nachlieferrungsmechanismus und den aus ihm resultierenden Generationsabstand und über den Einfluß der Raumladung erweitert werden.

Die bisherigen theoretischen Ergebnisse waren nur als Näherungen brauchbar, da sie die Anfangsbedingungen der zugrunde gelegten Townsendschen Differentialgleichungen nicht erfüllten (siehe unten). Erst in letzter Zeit ist dies gelungen; vor allem ist die Arbeit von AUER¹ (dort weitere Literatur) hervorzuheben, da sie als mathematisch durchsichtigste zur Beschreibung von experimentellen Ergebnissen am geeignetsten ist. Jedoch bedarf es noch einiger Erweiterungen dieser Rechnungen, die in der vorliegenden Arbeit mitgeteilt werden.

Die bisherigen experimentellen Arbeiten unterscheiden sich grundsätzlich durch die Anwendung von drei verschiedenen Methoden, die Entladung

durch einen von außen eingeprägten Strom zu starten:

1. Die Entladung wird von einem einzigen Elektron gestartet^{3, 4}, experimentell verifiziert durch eine sehr schwache konstante Einstrahlung. Der zeitliche Abstand zweier Primärelektronen ist größer als die Aufbauzeit der Entladung.
2. Ein sehr kurzer Lichtblitz oder ein α -Teilchen befreit eine große Zahl von Primärelektronen^{5, 6}; weitere Primärelektronen werden nicht erzeugt.
3. Die Entladung entwickelt sich unter dem Einfluß einer starken konstanten Einstrahlung, die viele Primärelektronen während einer Elektronenlaufzeit erzeugt^{2, 3}.

Im 2. und 3. Falle wird wegen der großen Zahl der zeitlich parallel laufenden Lawinen ein Mittelwert des Stromes gemessen, während im 1. Falle die Statistik der Elektronenlawinen und ihrer Nachfolger den zeitlichen Verlauf der Entladung bestimmt. Die im folgenden mitgeteilten Rechnungen schließen sich an diese Einteilung an, womit eine gewisse Vollständigkeit zur Beschreibung der Experimente gegeben ist.

¹ P. L. AUER, Phys. Rev. **111**, 671 [1958].

² H. W. BANDEL, Phys. Rev. **95**, 1117 [1954].

³ R. KLUCKOW, Z. Phys. **148**, 564 [1957].

⁴ H. MIELKE, Z. angew. Phys. **11**, 409 [1959].

⁵ R. KLUCKOW, Z. Phys. **161**, 353 [1961].

⁶ H. SCHLUMBOHM, Z. Phys. **159**, 212 [1960].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

A. Berechnung des Stromverlaufes

Das idealisierte Modell einer durch unendlich ausgedehnte planparallele Elektroden begrenzten Entladungsstrecke im Abstand d wird betrachtet. Es wird ein zeitlicher Nullpunkt definiert, der durch das Einschalten einer äußeren Größe, z. B. der Spannung an der Entladungsstrecke oder des Primärstromes, bestimmt ist. Alle betrachteten Größen, nämlich der Primärstrom, der Elektronen- und Ionenstrom in der Entladungsstrecke und im Außenkreis, werden der Anfangsbedingung unterworfen, für $t < 0$ identisch zu verschwinden. Das elektrische Feld in der Entladungsstrecke soll für $t \geq 0$ konstant und homogen angenommen werden; Raumladungsverzerrungen des angelegten Feldes durch in der Ionisationskammer befindliche Ladungen werden vernachlässigt. Die Rechnung beschränkt sich auf Photonachlieferung an der Kathode (γ_{ph}).

Bezeichnungen: I_- , I_+ , I Elektronen-, positiver Ionenbzw. Gesamtstrom im Außenkreis; f Elektronenstrom an der Kathode; g Einheitsimpulslösung (Erklärung im Text); δ DIRACsche Delta-Funktion; i_0 Primärstrom; n_0 Zahl der Primärelektronen; $T_{\mp} = d/v_{\mp}$ Laufzeit der Elektronen bzw. positiven Ionen; $\varkappa = T_-/(T_- + T_+)$; (1) $\xi = t/T_-$ normierte Zeit; $\eta = t/T_-$ Integrationsvariable für ξ ; $\sigma = \alpha d$ Gasverstärkung; $\lambda = \gamma_{\text{ph}} \cdot \sigma$ und $\mu = \lambda/\sigma$; ($e^{\sigma} - 1$) Nachlieferungskonstanten; λ_0 nichttriviale, reelle Lösung der transzendenten Gleichung $\lambda e^{-\lambda} = \lambda_0 e^{-\lambda_0}$, Gl. (31)⁷; e_0 Elementarladung.

Vorbemerkung

Bei AUER wird gezeigt, daß sich $I_-(\xi)$ und $I_+(\xi)$ auf den Elektronenstrom an der Kathode $f(\xi)$ zurückführen lassen. Damit wird die oben formulierte Anfangsbedingung durch

$$f(\xi) = i_0(\xi) = 0, \quad \xi < 0, \quad (2) (8)$$

beschrieben.

Der Elektronenstrom im Außenkreis berechnet sich aus dem Elektronenstrom an der Kathode nach folgender Beziehung

$$I_-(\xi) = \frac{1}{\lambda} [f(\xi) - i_0(\xi)]. \quad (3) (46)$$

Der Elektronenstrom an der Kathode $f(\xi)$ wird auf die Einheitsimpulslösung $g(\xi)$ zurückgeführt, eine Größe, die bis auf einen konstanten Faktor den Elektronenstrom an der Kathode für den Fall beschreibt,

⁷ Kursive Numerierungen der Gleichungen beziehen sich auf die entsprechende Gleichung bei AUER¹.

⁸ Unter „Generation“ soll hier das Intervall $n \leq t/T_- \leq n+1$, $n \geq 0$ verstanden werden.

daß der Primärstrom die Form eines δ -Stoßes hat:

$$i_0(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_-} \delta(\xi), \quad (4)$$

$$f(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_-} g(\xi). \quad (5)$$

Der Zusammenhang zwischen $f(\xi)$ und $g(\xi)$ für ein beliebiges $i_0(\xi)$ wird durch das Faltungsintegral

$$f(\xi) = \int_0^\xi i_0(\xi - \eta) g(\eta) d\eta \quad (6) (15)$$

beschrieben.

Der Schwerpunkt der AUERSchen Arbeit liegt in der Berechnung der Einheitsimpulslösung $g(\eta)$. Es wird folgendes Ergebnis erhalten:

$$\text{Erste Generation } ^8: \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (7) (18)$$

$$g(\eta) = \lambda e^{(\lambda+\sigma)\eta} + \delta(\eta);$$

Zweite und weitere Generationen:

$$1 \leq n \leq \eta \leq n+1, \quad (8)$$

$$g(\eta) = \lambda e^{(\lambda+\sigma)\eta}$$

$$\cdot \left\{ 1 - \sum_{j=1}^n \left[\frac{\lambda^{j-1}(j-\eta)^{j-1}}{(j-1)!} - \frac{\lambda^j(j-\eta)^j}{j!} \right] e^{-\lambda j} \right\}. \quad (19)$$

Die Gln. (7) und (8) zeigen, daß für jede Generation eine andere Lösung $g(\eta)$ erhalten wird. Aus diesem Grunde werden die interessierenden Größen g , f und I_- mit einem Index (n) versehen, der entsprechend der oberen Summierungsgrenze aus (8) gewählt wurde, z. B. $I_-^{(n-1)}(\xi)$ in der n -ten Generation. Die Berechnung von $I_-^{(n)}(\xi)$ ist bis zur vierten Generation vorgesehen, d. h. $n \leq 3$. Dazu wird die Summe in (8) ausgerechnet und nach Potenzen in η geordnet:

$$g^{(n)}(\eta) = \lambda e^{(\lambda+\sigma)\eta} \left[1 - \sum_{v=0}^n x_{vn} \eta^v \right], \quad 1 \leq n \leq 3,$$

$$g^{(0)}(\eta) = \lambda e^{(\lambda+\sigma)\eta} + \delta(\eta), \quad \text{Gl. (7)}. \quad (9)$$

Die Koeffizienten x_{vn} werden durch Vergleich der Summen in (8) und (9) gewonnen. Bei der Durchführung der Integration in (6) muß das Integrationsintervall entsprechend den einzelnen Generationen aufgeteilt werden, weil der Integrand in jeder Generation ein anderer ist:

$$f^{(n)}(\xi) = \int_0^1 i_0(\xi - \eta) g^{(0)}(\eta) d\eta + \dots \quad (10)$$

$$+ \int_n^{\xi \leq n+1} i_0(\xi - \eta) g^{(n)}(\eta) d\eta, \quad 0 \leq n \leq 3.$$

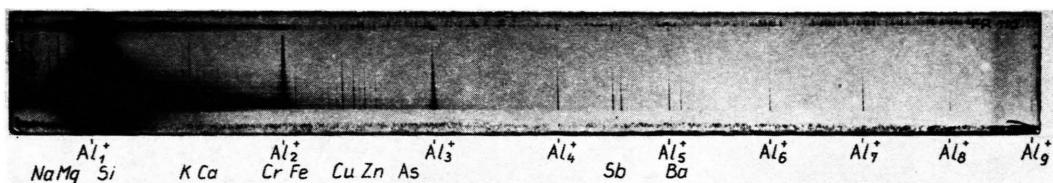


Abb. 3. Massenspektrum von Reinst-Aluminium.

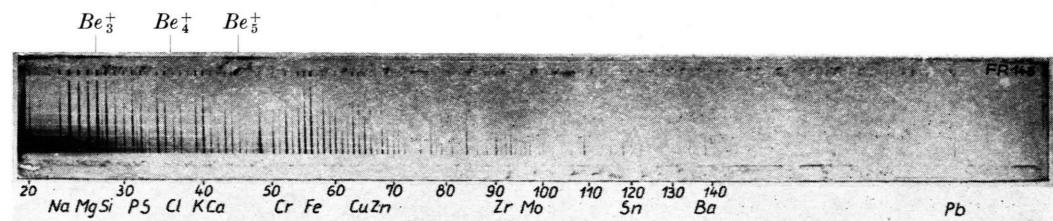


Abb. 4. Massenspektrum von Reinberyllium (1,05% BeO, 0,13% Fe Verunreinigung). Außer den Linien Be_n^+ treten viele Linien auf, die $Be_n O_m^+$ -Ionen und zum Teil auch einer Reihe von Spurenverunreinigungen durch andere Elemente, die in Mengen zwischen 1 und 100 ppm im Beryllium enthalten sind, angehören. Die Beryllium-haltigen Moleküle sind in der Regel leicht durch den großen Packungsanteil von den Linien der Verunreinigungen zu unterscheiden (siehe auch Abb. 5).

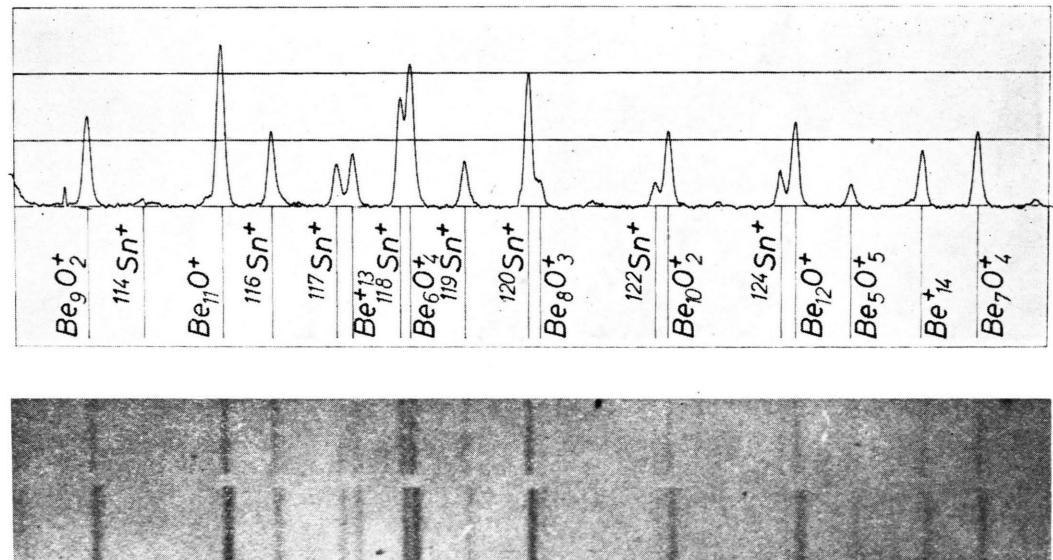


Abb. 5. Vergrößerter Ausschnitt aus dem Beryllium-Spektrum, der zeigt, daß die Linien der Beryllium-haltigen Molekülionen von den Linien gleicher Massenzahl des als Verunreinigung vorhandenen Zinns durch ihren Packungsanteil gut unterschieden werden können.

Das erste Integral in dieser Summe soll betrachtet werden. Mit (9) folgt

$$f^{(0)}(\xi) = \int_0^{\xi} i_0(\xi - \eta) g^{(0)}(\eta) d\eta = \int_0^{\xi} i_0(\xi - \eta) [\delta(\eta) + \lambda e^{(\lambda+\sigma)\eta}] d\eta = i_0(\xi) + \lambda \int_0^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta. \quad (11)$$

In Verbindung mit (11) läßt sich (10) wie folgt schreiben:

$$\frac{1}{\lambda} [f^{(n)}(\xi) - i_0(\xi)] = \int_0^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta + \frac{1}{\lambda} \left\{ \int_1^2 i_0(\xi - \eta) g^{(1)}(\eta) d\eta + \dots + \int_n^{\xi} i_0(\xi - \eta) g^{(n)}(\eta) d\eta \right\}. \quad (12)$$

Aus (3), (9) und (12) folgt die endgültige Beziehung für den Elektronenstrom im Außenkreis, auf die nach Einführung eines Primärstromes $i_0(\xi)$ die weitere Rechnung basiert:

$$\begin{aligned} I_{-}^{(0)}(\xi) &= \int_0^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \\ I_{-}^{(1)}(\xi) &= \int_0^1 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta + \int_1^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^1 x_{\nu 1} \eta^{\nu} \right\} d\eta, \quad 1 \leq \xi \leq 2, \\ I_{-}^{(2)}(\xi) &= \int_0^1 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta + \int_1^2 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^1 x_{\nu 1} \eta^{\nu} \right\} d\eta \\ &\quad + \int_2^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^2 x_{\nu 2} \eta^{\nu} \right\} d\eta, \quad 2 \leq \xi \leq 3, \\ I_{-}^{(3)}(\xi) &= \int_0^1 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) d\eta + \int_1^2 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^1 x_{\nu 1} \eta^{\nu} \right\} d\eta \\ &\quad + \int_2^3 e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^2 x_{\nu 2} \eta^{\nu} \right\} d\eta + \int_3^{\xi} e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) \left\{ 1 - \sum_{\nu=0}^3 x_{\nu 3} \eta^{\nu} \right\} d\eta, \quad 3 \leq \xi \leq 4. \end{aligned} \quad (13)$$

I. Berechnung des Elektronenstromes bei Auslösung der Primärelektronen durch einen UV-Blitz⁹

1. Der Elektronenstrom in den vier ersten Generationen

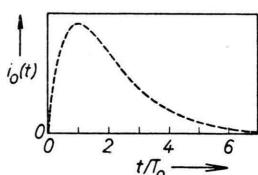


Abb. 1. Die dargestellte Funktion gibt den zeitlichen Intensitätsverlauf des durch einen UV-Blitz erzeugten Primärstromes $i_0(t)$ wieder.

Für den Primärstrom wird die Funktion (Abb. 1)

$$i_0(t) = \frac{e_0 n_0}{T_0} \frac{t}{T_0} e^{-t/T_0} \quad (14)$$

⁹ Werden die Primärelektronen durch ein α -Teilchen erzeugt, so ist zur Zeit $t=0$ eine räumliche Ladungsverteilung in der Ionisationskammer vorhanden, was zu einer Modifizierung der Anfangsbedingung führt. Die hierzu gehörigen Rechnungen sind bei SCHLUMBOHM⁶ mitgeteilt.

gewählt. Sie gestattet durch Wahl des Parameters T_0 eine gute Anpassung an den zeitlichen Verlauf des in den Experimenten zur Auslösung von Primärelektronen benutzten UV-Blitzes⁵. T_0 ist ein Parameter, der die „Breite“ des Blitzes beschreibt. Der Normierungsfaktor ist so gewählt, daß

$$\int_0^{\infty} i_0(t) dt = e_0 n_0 \quad (15)$$

die gesamte aus der Kathode befreite Ladungsmenge darstellt. Mit den Abkürzungen

$$r = T_- / T_0, \quad A = (e_0 n_0 / T_-) r^2, \quad (16)$$

soll $i_0(\xi)$ aus (14) in Verbindung mit (2) wie folgt definiert werden:

$$i_0(\xi) = \begin{cases} 0 & , \quad \xi < 0, \\ A \xi e^{-r \xi} & , \quad \xi \geq 0. \end{cases} \quad (17)$$

Der in sämtlichen Integranden von (13) auftretende Faktor wird dann

$$e^{(\lambda+\sigma)\eta} i_0(\xi - \eta) = A e^{-r \xi} (\xi - \eta) e^{\Phi \eta}, \quad (18)$$

wo $\Phi = \lambda + \sigma + r = \alpha d (1 + \gamma_{\text{Ph}}) + T_- / T_0$ (19) gesetzt wurde.

Die Ergebnisse der Integration aus (13) sind in (20) zusammengestellt. Aus Gründen der besseren Darstellungsmöglichkeit wurde teilweise von der Tatsache $\lambda \ll 1$ Gebrauch gemacht und e^λ nach Potenzen von λ entwickelt. Außerdem wurde eine Zeittransformation durchgeführt, so daß in (20) in jeder Generation $0 \leq \xi \leq 1$ gilt: In der $(n+1)$ -ten Generation gehört $\xi = 0$ zu der Zeit $t = n \cdot T_-$ und $\xi = 1$ zu der Zeit $t = (n+1) T_-$. Die Formeln (20) enthalten die Größe λ und sind damit in Verbindung mit (1) für beliebige Überspannungen zu verwenden,

3. Generation:

$$I_{-}^{(2)}(\xi) = \frac{A \lambda^2 e^{2\sigma}}{\Phi^4} e^{-r\xi} \left\{ e^{\Phi\xi} \left[\frac{1}{2} \Phi^2 \xi^2 - \xi (\Phi^2 + 2\Phi) + \frac{1}{2} \Phi^2 + 2\Phi + 3 \right] + \frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 2) - \Phi\xi - 3 \right. \\ \left. + \frac{\Phi}{\lambda} e^{-(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + \Phi + 1) - \Phi\xi - \Phi - 2 \right] - \frac{\Phi^2}{\lambda^2} e^{-2(\sigma+r)} [\Phi\xi + 2\Phi + 1] \right\}, \\ 0 \leq \xi \leq 1;$$

4. Generation:

$$I_{-}^{(3)}(\xi) = \frac{A \lambda^3 e^{3\sigma}}{\Phi^5} e^{-r\xi} \left\{ e^{\Phi\xi} \left[-\frac{1}{6} \Phi^3 \xi^3 + \Phi^2 \xi^2 \left(\frac{1}{2} \Phi + 1 \right) - \Phi\xi \left(\frac{1}{2} \Phi^2 + 2\Phi + 3 \right) + \frac{1}{6} \Phi^3 + \Phi^2 + 3\Phi + 4 \right] \right. \\ \left. + \frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 3) - \Phi\xi - 4 + \frac{\Phi}{\lambda} e^{-(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + \Phi + 2) - \Phi\xi - \Phi - 3 \right] \right. \\ \left. + \frac{\Phi^2}{\lambda^2} e^{-2(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 2\Phi + 1) - \Phi\xi - 2\Phi - 2 \right] - \frac{\Phi^3}{\lambda^3} e^{-3(\sigma+r)} [\Phi\xi + 3\Phi + 1] \right\}, \\ 0 \leq \xi \leq 1;$$

Gl. (20) wurde numerisch ausgewertet ($\mu = 1$; $\sigma = 7,7$; $T_- = 0,36 \mu\text{s}$) und ist in Abb. 2 dargestellt. Die „Blitzdauer“ $T_0 = T_- / r$ wurde als Parameter benutzt. Zur Diskussion der Abb. 2 s. Anm. 5.

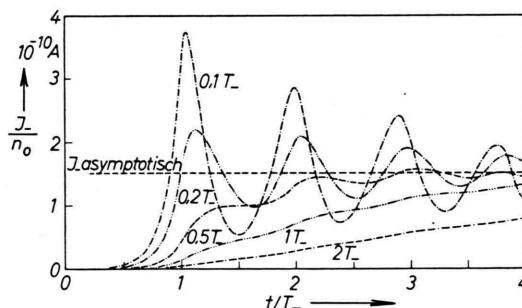


Abb. 2. Die Elektronenkomponente des Stromes in Abhängigkeit von der „Dauer“ des UV-Blitzes (Parameter T_0) beim statischen Durchbruch ($\mu=1$).

2. Der asymptotische Verlauf des Elektronenstromes

Zur Berechnung des Elektronenstromes während großer Zeiten kann der Primärstrom durch einen

wenn nur $\lambda \ll 1$ erfüllt ist. λ folgt aus μ und σ nach Gl. (1).

1. Generation: (20)

$$I_{-}^{(0)}(\xi) = \frac{A}{\Phi^2} e^{-r\xi} \{ e^{\Phi\xi} - \Phi\xi - 1 \}, \quad 0 \leq \xi \leq 1;$$

2. Generation:

$$I_{-}^{(1)}(\xi) = \frac{A \lambda e^\sigma}{\Phi^3} e^{-r\xi} \left\{ e^{\Phi\xi} [\Phi(1-\xi) + 2] \right. \\ \left. + \frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 1) - \Phi\xi - 2 - \frac{\Phi}{\lambda} e^{-(\sigma+r)} [\Phi\xi + \Phi + 1] \right\}, \\ 0 \leq \xi \leq 1;$$

3. Generation:

$$I_{-}^{(2)}(\xi) = \frac{A \lambda^2 e^{2\sigma}}{\Phi^4} e^{-r\xi} \left\{ e^{\Phi\xi} \left[\frac{1}{2} \Phi^2 \xi^2 - \xi (\Phi^2 + 2\Phi) + \frac{1}{2} \Phi^2 + 2\Phi + 3 \right] + \frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 2) - \Phi\xi - 3 \right. \\ \left. + \frac{\Phi}{\lambda} e^{-(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + \Phi + 1) - \Phi\xi - \Phi - 2 \right] - \frac{\Phi^2}{\lambda^2} e^{-2(\sigma+r)} [\Phi\xi + 2\Phi + 1] \right\}, \\ 0 \leq \xi \leq 1;$$

4. Generation:

$$I_{-}^{(3)}(\xi) = \frac{A \lambda^3 e^{3\sigma}}{\Phi^5} e^{-r\xi} \left\{ e^{\Phi\xi} \left[-\frac{1}{6} \Phi^3 \xi^3 + \Phi^2 \xi^2 \left(\frac{1}{2} \Phi + 1 \right) - \Phi\xi \left(\frac{1}{2} \Phi^2 + 2\Phi + 3 \right) + \frac{1}{6} \Phi^3 + \Phi^2 + 3\Phi + 4 \right] \right. \\ \left. + \frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 3) - \Phi\xi - 4 + \frac{\Phi}{\lambda} e^{-(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + \Phi + 2) - \Phi\xi - \Phi - 3 \right] \right. \\ \left. + \frac{\Phi^2}{\lambda^2} e^{-2(\sigma+r)} \left[\frac{\Phi}{\lambda} (\Phi\xi + 2\Phi + 1) - \Phi\xi - 2\Phi - 2 \right] - \frac{\Phi^3}{\lambda^3} e^{-3(\sigma+r)} [\Phi\xi + 3\Phi + 1] \right\}, \\ 0 \leq \xi \leq 1;$$

δ -Stoß idealisiert werden, wenn nur der Blitz kurz genug ist ($T_0 \ll T_-$), Gl. (4) und (5). Gl. (3) ergibt dann mit Gl. (4)

$$I_{-}(\xi) = \frac{1}{\lambda} f(\xi), \quad \xi > 0. \quad (21)$$

Hier wurde die Tatsache benutzt, daß $\delta(\xi) = 0$ für $\xi > 0$ gilt.

Bei AUER wird gezeigt, daß das asymptotische Verhalten der Einheitsimpulslösung $g(\xi)$ durch den Ausdruck

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} g(\xi) = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} e^{(\lambda + \sigma - \lambda_0)\xi} \quad (22) \quad (35)$$

beschrieben wird. λ_0 wurde bereits in Gl. (1) definiert. Mit Gl. (5) und (21) folgt dann

$$I_{-}(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_-} \frac{1}{\lambda} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} e^{(\lambda + \sigma - \lambda_0)\xi} \quad \text{für } \xi \rightarrow \infty. \quad (23) \quad (53)$$

Für den statischen Durchbruch $\mu = 1$ wird der Exponent in (23) Null:

$$\lim_{\mu \rightarrow 1} (\lambda + \sigma - \lambda_0) = 0, \quad (24) \quad (36)$$

wie sich aus der transzendenten Gleichung für λ_0 in Gl. (1) leicht ergibt. Damit folgt

$$I_-(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_-} \frac{1}{\lambda} \frac{\sigma}{\lambda + \sigma - 1} \quad \text{für } \xi \rightarrow \infty \text{ und } \mu = 1. \quad (25)$$

Aus Gl. (25) wurde der asymptotische Verlauf des Elektronenstromes in Abb. 2 gewonnen.

3. Das asymptotische Verhalten des Ionenstromes

Der Zusammenhang zwischen dem Elektronenstrom an der Kathode $f(\xi)$ und dem Strom der positiven Ionen im Außenkreis $I_+(\xi)$ ist durch

$$I_+(\xi) = \frac{T_-}{T_+} \left\{ I_-(\xi) + e^\sigma \int_{\xi=1/\alpha}^{\xi-1} f(\eta) d\eta - e^{\sigma \alpha \xi} \right\} \quad (26) \quad (11)$$

$$\cdot \int_{\xi=1/\alpha}^{\xi} e^{-\sigma \alpha \eta} f(\eta) d\eta \}, \quad \alpha = T_- / (T_- + T_+)$$

gegeben. Aus der Anfangsbedingung (2) ergibt sich die Forderung, daß die Integralgrenzen in (26) Null zu setzen sind, wenn die angezeigten Werte kleiner als Null sind. Es wird wieder mit einem δ -Stoß als Primärstrom gerechnet, (4) und (5), und mit dem asymptotischen Verlauf der Einheitsimpulslösung (22)¹⁰. Da der sich aus (5) und (22) ergebende Ausdruck für $\lim_{\xi \rightarrow \infty} f(\xi)$ die Forderung (2) nicht erfüllt, ist die Gültigkeit von (26) wegen der oberen Grenze des ersten Integrals auf $\xi \geq 1$ zu beschränken; weiter sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. $\xi \leq 1/\alpha$, hier sind die unteren Integralgrenzen Null zu setzen;

2. $\xi \geq 1/\alpha$, die unteren Integralgrenzen haben die angegebenen Werte.

Zur kürzeren Darstellung wird das Ergebnis der Integration (26) mit dem Elektronenstrom aus (23) summiert und als Gesamtstrom mitgeteilt.

Für $\mu = 1$ gilt (24); aus (27) gewinnt man

$$I(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_+} \frac{e^\sigma}{\lambda + \sigma - 1} \left\{ \sigma[\xi - 1] + \frac{1}{\alpha} [1 - e^{\sigma \alpha \xi - \sigma}] \right\}, \quad 1 \leq \xi \leq 1/\alpha; \quad \left. \begin{cases} \mu = 1, \\ \xi \rightarrow \infty \end{cases} \right\}$$

$$I(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_-} \frac{\sigma e^\sigma}{\lambda + \sigma - 1}, \quad \xi \geq 1/\alpha. \quad (28)$$

4. Das asymptotische Verhalten des Gesamtstromes

Der Gesamtstrom im Außenkreis ergibt sich als Summe des Elektronen- und Ionenanteils, (23) und (26):

$$I(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_+} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} \left\{ e^{\alpha \xi} \left[\frac{1}{\alpha \lambda} + \frac{1}{\alpha} e^{\sigma - \alpha} + \frac{1}{\sigma \alpha - \alpha} \right] \right. \\ \left. - \frac{e^{\alpha \alpha \xi}}{\sigma \alpha - \alpha} - \frac{1}{\alpha} e^\sigma \right\}, \quad 1 \leq \xi \leq 1/\alpha;$$

$$I(\xi) = \frac{e_0 n_0}{T_+} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} e^{\alpha \xi} \left\{ \frac{1}{\alpha \lambda} + \frac{1}{\alpha} e^{\sigma - \alpha} + \frac{1}{\sigma \alpha - \alpha} \right. \\ \left. - e^{\sigma - (\alpha/\alpha)} \left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\sigma \alpha - \alpha} \right] \right\}, \quad \xi \geq 1/\alpha.$$

wo $a = \lambda + \sigma - \lambda_0$ bedeutet.

An der Stelle $\xi = 1/\alpha$ stimmen beide Funktionen (27) und ihre ersten Ableitungen nach ξ überein. Nach (1) folgt bei vorgegebenem μ und σ der Wert von λ . λ_0 ergibt sich durch ein Iterationsverfahren aus der in (1) angegebenen transzendenten Gleichung.

Gl. (27) wurde ausgewertet ($\sigma = 7,7$; $T_- = 0,36 \mu s$, $T_+ = 12,3 \mu s$) und in Abb. 3 dargestellt. Als Parameter wurde $\varepsilon = \mu - 1$ gewählt.

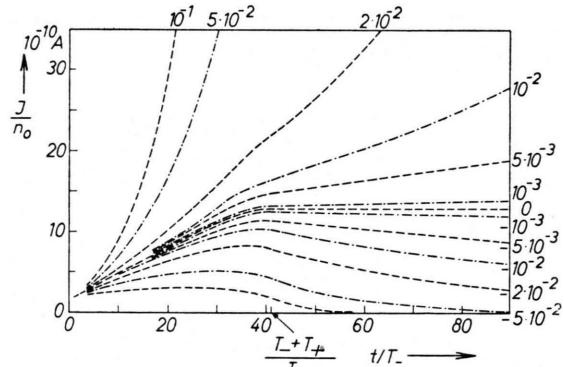


Abb. 3. Der asymptotische Verlauf des Gesamtstromes in der Nähe der statischen Durchbruchsspannung. Der Nachlieferungsparameter $\varepsilon = \mu - 1$ hat für den statischen Durchbruch den Wert $\varepsilon = 0$, bei Überspannung gilt $\varepsilon > 0$ und bei Unter- spannung $\varepsilon < 0$.

¹⁰ Exakt müßte man so vorgehen, daß mit der vollständigen Lösung $g(\xi)$, AUER, Gl. (19) und (33), die Integration in Gl. (26) ausgeführt wird, um erst dann $\xi \rightarrow \infty$ gehen zu

lassen. Es läßt sich aber zeigen, daß dabei nur zusätzliche konstante Glieder auftreten, die klein sind.

Das lineare Glied in ξ der ersten Beziehung (28) beschreibt einen linearen Stromanstieg; das exponentielle Glied wird erst in der Nähe von $\xi = 1/\zeta$ vergleichbar mit 1 und stellt das Eintreten der positiven Ionen der ersten Generation in die Kathode bzw. den Übergang des Stromes in ein Plateau zur Zeit $t = T_- + T_+$ ($\xi = 1/\zeta$) dar. Die zweite Beziehung beschreibt die Höhe des Stromplateaus.

Zur experimentellen Bestätigung der abgeleiteten Beziehung siehe Anm.⁵.

II. Start der Entladung durch ein einziges Elektron

Bei einem einzigen Startelektron, $n_0 = 1$, muß die Statistik der Elektronenlawinen und ihrer Nachfolger benutzt werden.

Für die mittlere Zahl $\bar{m}(k)$ der in der k -ten Generation von der Kathode startenden Elektronen gilt [s. Anm.¹¹, Gl. (44)],

$$\bar{m}(k) = \frac{\mu^{2k-1} - 1}{\mu^{k-1}(\mu-1)} = \frac{1}{\mu-1} [e^{k \ln \mu} - e^{(1-k) \ln \mu}]. \quad (29)$$

Unter „Generation“ wird hier ein Zeitintervall mit dem mittleren Photogenerationsabstand \bar{T}_g verstanden. Mit $\xi = t/T_-$,

$$k = \frac{t}{\bar{T}_g} + 1 = \frac{T_-}{\bar{T}_g} \xi + 1 \quad (\text{s. Anm. } 12) \quad (30)$$

$$I(\xi) = \frac{e_0}{T_+} \frac{1}{\mu-1} \left\{ \mu e^{a\xi} \left[\frac{1}{\zeta \lambda} + \frac{1}{a} e^{\sigma-a} + \frac{1}{\sigma \zeta - a} \right] + e^{-a\xi} \left[-\frac{1}{\zeta \lambda} + \frac{1}{a} e^{\sigma+a} - \frac{1}{\sigma \zeta + a} \right] + e^{\sigma \zeta \xi} \left[\frac{1}{\sigma \zeta + a} - \frac{\mu}{\sigma \zeta - a} \right] - \frac{1}{a} e^\sigma [1 + \mu] \right\}, \quad 1 \leq \xi \leq 1/\zeta;$$

$$I(\xi) = \frac{e_0}{T_+} \frac{1}{\mu-1} \left\{ \mu e^{a\xi} \left[\frac{1}{\zeta \lambda} + \frac{1}{a} e^{\sigma-a} + \frac{1}{\sigma \zeta - a} - \frac{1}{a} e^{\sigma-a/\zeta} - \frac{1}{\sigma \zeta - a} e^{\sigma-a/\zeta} \right] + e^{-a\xi} \left[-\frac{1}{\zeta \lambda} + \frac{1}{a} e^{\sigma+a} - \frac{1}{\sigma \zeta + a} - \frac{1}{a} e^{\sigma+a/\zeta} + \frac{1}{\sigma \zeta + a} e^{\sigma+a/\zeta} \right] \right\}, \quad \xi \geq 1/\zeta,$$

wo $a = (T_-/\bar{T}_g) \cdot \ln \mu$ bedeutet.

Gl. (36) ergibt für $\mu = 1$ und den Vernachlässigungen $\bar{T}_g \ll T_+$, $T_- \ll T_+$,

$$I(t) = S \left\{ \frac{t^2}{2 T_+} + t \left[\frac{1}{\sigma} + \frac{\bar{T}_g}{2 T_+} - \frac{T_-}{T_+} \right] - e^{\sigma(t/T_+-1)} \left[\frac{T_+}{\sigma^2} + \frac{\bar{T}_g}{2 \sigma} \right] + \bar{T}_g \left[\frac{1}{2 \sigma} - \frac{T_-}{2 T_+} \right] + \frac{T_-^2}{2 T_+} + \frac{T_+}{\sigma^2} e^{-\sigma} \right\}, \quad \mu = 1, \quad T_- \leq t \leq T_+,$$

$$I(t) = S \left\{ t + T_+ \left[\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\sigma^2} \right] \right\}, \quad \mu = 1, \quad t \geq T_+. \quad (37)$$

¹¹ W. LEGLER, Z. Phys. **140**, 221 [1955].

¹² Die Numerierung der Generationen erfolgt in Anm.¹¹ so, daß die erste Generation, die zur Zeit $t=0$ von der Kathode losläuft, die Nummer $k=1$ erhält usf.

und

$$a = \frac{T_-}{\bar{T}_g} \ln \mu, \quad (31)$$

$$\text{ergibt sich } \bar{m}(\xi) = \frac{1}{\mu-1} [\mu e^{a\xi} - e^{-a\xi}]. \quad (32)$$

Für den Elektronenstrom an der Kathode $f(\xi)$ folgt aus Gl. (32), da ein einziges Elektron beim Durchlaufen der Entladungsstrecke den Strom e_0/T_- im Außenkreis hervorruft¹³,

$$f(\xi) = \frac{e_0}{T_-} \frac{1}{\mu-1} [\mu e^{a\xi} - e^{-a\xi}]. \quad (33)$$

Der Elektronenstrom im Außenkreis ergibt sich aus (21) und (33) zu

$$I_-(\xi) = \frac{e_0}{T_-} \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\mu-1} [\mu e^{a\xi} - e^{-a\xi}], \quad a = \frac{T_-}{\bar{T}_g} \ln \mu. \quad (34)$$

Für $\mu \rightarrow 1$ folgt $a \rightarrow 0$ und $\frac{\mu-1}{\mu+1} \approx \frac{1}{2} \ln \mu$. Gl. (34) ergibt dann

$$\left. \begin{aligned} I_-(\xi) &= \frac{e_0}{\bar{T}_g} \frac{1}{\lambda} \left[2\xi + \frac{\bar{T}_g}{T_-} \right] \quad \text{oder} \\ I_-(t) &= \frac{e_0 e^\sigma}{\sigma T_-} \left[2 \frac{t}{\bar{T}_g} + 1 \right], \quad e^\sigma \gg 1 \end{aligned} \right\} \mu = 1. \quad (35)$$

Der Ionenstrom im Außenkreis wird nach (26) berechnet und zusammen mit Gl. (34) bzw. (35) als Gesamtstrom dargestellt:

¹³ L. FROMMHOOLD, Z. Phys. **145**, 324 [1956].

S ist die Steigung des linearen Anstieges für $t \geq T_+$:

$$S = 2 e_0 e^\sigma (T_- \bar{T}_g)^{-1}. \quad (38)$$

In einer früheren Arbeit³, Gl. (15), wurde für den Elektronenstrom eine Beziehung erhalten, die von Gl. (35) insofern abweicht, daß im Nenner an Stelle des Faktors T_- die Größe \bar{T}_g zu stehen kam (in Anm.³ wurde die Bezeichnung $\tau \equiv \bar{T}_g$ benutzt); weiter ist ein Unterschied im Vorzeichen des konstanten Gliedes vorhanden. Es wurde nämlich mit $k=t/\bar{T}_g$ an Stelle der Gl. (30) gerechnet, wodurch sich das abweichende Vorzeichen ergab. Die Größe \bar{T}_g im Nenner wurde durch die Bildung des zeitlichen Mittelwertes des Elektronenstromes $i_-(t)$ einer Einzellawine erzeugt, die in der Form

$$\frac{1}{\bar{T}_g} \int_0^{T_-} i_-(t) dt$$

angesetzt wurde. Obige exakte Rechnung zeigt jedoch, daß eine Mittelwertbildung der Art

$$\frac{1}{T_-} \int_0^{T_-} i_-(t) dt$$

erfolgen muß, was zu unserem jetzigen Ergebnis der Gl. (35) führt.

Die endgültigen Formeln für den Gesamtstrom im Außenkreis [s. Anm.³, Gl. (22)] weichen von Gl. (37) weiterhin deshalb ab, weil in Anm.³ der Ionenanteil nur näherungsweise berechnet wurde. Der Unterschied der beiden Formeln erweist sich jedoch als geringfügig.

Wertet man nach Gl. (38) die früheren Messungen³ aus, so ergibt sich mit $T_- = 5 \cdot 10^{-8}$ s [siehe Anm.¹⁴] für den mittleren Generationsabstand der Wert $\bar{T}_g = 2 \cdot 10^{-7}$ s. Hieraus folgt, daß der mittlere Generationsabstand in Luft wesentlich größer als die Elektronenlaufzeit ist. Die physikalische Deutung dieses Ergebnisses ist noch offen.

$$I(\xi) = i_0 \frac{T_-}{T_+} \left\{ \frac{1}{a} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} e^{a\xi} \left[\frac{1}{\alpha \lambda} + \frac{1}{\sigma \alpha - a} + \frac{1}{a} e^{\sigma \alpha - a} \right] - e^{\sigma \alpha \xi} \left[\frac{1}{\alpha \lambda} \frac{1}{1 - \mu} + \frac{1}{a} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} \frac{1}{\alpha \lambda - a} \right] + \xi \frac{e^\sigma}{1 - \mu} + \frac{e^\sigma}{1 - \mu} \left(\frac{1}{\alpha \lambda} - 1 \right) - \frac{e^\sigma}{a^2} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} - \frac{1}{\alpha \lambda} \right\}, \quad 1 \leq \xi \leq 1/\alpha; \quad (43)$$

$$I(\xi) = i_0 \frac{T_-}{T_+} \left\{ \frac{1}{a} \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} e^{a\xi} \left[\frac{1}{\alpha \lambda} + \frac{1}{\sigma \alpha - a} + \frac{1}{a} e^{\sigma \alpha - a} - \frac{\sigma \alpha}{a(\alpha \lambda - a)} e^{\sigma \alpha - a/\alpha} \right] + \frac{e^\sigma}{1 - \mu} \left(\frac{1}{\alpha \lambda} - 1 \right) - \frac{1}{\alpha \lambda} \right\}, \quad \xi \geq 1/\alpha,$$

wo $a = \lambda + \sigma - \lambda_0$ bedeutet.

$$I(t) = S \left\{ \frac{t^2}{2 T_+} + t \left[\frac{1}{\sigma} - \frac{\sigma}{2 \sigma - 2} \frac{T_-}{T_+} \right] - e^{\sigma(t/T_+ - 1)} \left[\frac{T_+}{\sigma^2} + \frac{T_-}{2 \sigma - 2} \right] + T_- \left[\frac{1}{2 \sigma - 2} - \frac{1}{\sigma} \right] + \frac{T_+}{\sigma^2} e^{-\sigma} \right\}, \quad (44)$$

$$I(t) = S \left\{ t + T_+ \left[\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{2} - \frac{1}{\sigma^2} \right] \right\}, \quad \mu = 1, \quad T_- \leq t \leq T_+,$$

¹⁴ v_- -Werte nach R. A. NIELSEN u. N. E. BRADBURY, Phys. Rev. 51, 69 [1937], auf $E/p = 55$ V (cm mm Hg)⁻¹ linear extrapoliert ($d=1$ cm). Ein Vergleich mit den Nebelkammer-

III. Primärelektronenauslösung durch konstante Einstrahlung

Der Primärstrom sei durch eine Sprungfunktion gegeben:

$$i_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0, \\ i_0 = \text{const} & \text{für } t \geq 0. \end{cases} \quad (39)$$

Dieser Fall ist experimentell dann realisiert, wenn bei konstanter Einstrahlung i_0 die Spannung zur Zeit $t=0$ an die Entladungsstrecke geschaltet wird².

Für den Elektronenstrom an der Kathode $f(\xi)$ gilt in diesem Fall

$$f(\xi) = i_0 \left[\frac{1}{1 - \mu} + \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 - 1} \frac{1}{a} e^{a\xi} \right], \quad (40) (42)$$

wo $a = \lambda + \sigma - \lambda_0$ bedeutet.

Aus der transzendenten Gleichung für λ_0 , der Definition von a und μ erhält man leicht die Abschätzung

$$\mu - 1 = \frac{a}{\sigma} \left[(\lambda + \sigma - a) \left(1 + \frac{a}{2} \right) - 1 \right] \quad (41)$$

für $a \ll 1$ ($\mu \approx 1$).

Aus $a \rightarrow 0$ folgt hieraus $\mu \rightarrow 1$. Gl. (40) lautet damit

$$f(\xi) = \frac{i_0}{\lambda + \sigma - 1} \left[\sigma \xi - 1 + \frac{\sigma(\lambda + \sigma)}{2(\lambda + \sigma - 1)} \right], \quad \mu = 1. \quad (42)$$

Der Elektronen- und Ionenstrom im Außenkreis wird wie oben aus (3) und (26) berechnet. Für den Gesamtstrom erhält man unter Benutzung von Gl. (40) und (42) :

messungen (H. RAETHER, Ergebn. exakt. Naturwissensch. 22, 73 [1949]) zeigt, daß eine derartige Extrapolation mit relativ geringen Fehlern behaftet ist.

$$S = \frac{e_0 e^\sigma}{T_-} \frac{\sigma}{\sigma - 1}. \quad (45)$$

In Gl. (44) und (45) wurden die Vernachlässigungen $\lambda \ll \sigma$, $T_- \ll T_+ \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) < T_+$, $e^\sigma \gg 1$ gemacht. S bedeutet wieder die Steigung des Stromes für $t \geq T_+$. Abgesehen von der verschiedenen Steigung ergibt sich hier praktisch derselbe Stromverlauf wie im Falle des einzigen Startelektrons mit Berücksichtigung der Statistik, Gl. (37).

Die in einer früheren Arbeit³, Gl. (3), mitgeteilte Formel reicht zur Beschreibung des Gesamtstromes im Außenkreis nicht aus, da sie nur den Elektronenstrom darstellt. Die in Anm.³ zum Vergleich mit den Experimenten benutzte Beziehung für die Steigung des Stromes stimmt jedoch mit unserer Gl. (45) überein, weil dort $\tau \equiv T_g = T_- (1 - 1/\sigma)$ gesetzt wurde [s. a. Anm.¹¹, Gl. (23)]; die hier und in Abschnitt II durchgeföhrten Rechnungen enthalten jedoch keine vorgeschriebene Abhängigkeit des mittleren Generationsabstandes von der Elektronenlaufzeit.

B. Diskussion früherer Arbeiten über den zeitlichen Stromverlauf

Im folgenden werden noch einmal die vorhandenen Experimente über den zeitlichen Stromverlauf und die Rechnungen mit ihren Voraussetzungen gegenübergestellt. Dazu halten wir uns an die auf Seite 539 gegebene Einteilung.

1. In den Experimenten^{3, 4} wurde der zeitliche Stromanstieg bei schwacher Einstrahlung untersucht; es wurden zur Berechnung Formeln angewendet, die bis auf geringfügige und innerhalb der Meßgenauigkeit liegende Abweichungen unseren jetzigen Formeln (37), (38) entsprechen. Da die Einstrahlung sehr schwach war, d. h. die Primärelektronen in Zeiten aufeinander folgten, die groß gegen die Zeit des Entladungsaufbaues waren, liegt der Start mit einem einzigen Primärelektron vor. Die Voraussetzungen der Rechnung, wie sie durch Anwendung der Gl. (4) und durch Anwendung der Statistik in Gl. (29) gegeben wurden, sind also erfüllt.

2. In den Experimenten⁵ (und⁶) wird kurzzeitig eine große Zahl von Startelektronen erzeugt. Die zur Berechnung der verwendeten Formeln (20), (27) und (28) gemachten Voraussetzungen entsprechen mithin den experimentellen Bedingungen.

3. Im Falle der konstanten Einstrahlung ist die Anfangsbedingung, Gl. (39), die zu den Formeln

(43), (44) und (45) führt, experimentell schwer zu erfüllen. Da weiterhin in der Rechnung keine statistischen Schwankungen berücksichtigt wurden, ist es erforderlich, daß die Zahl der Primärelektronen, die innerhalb der Elektronenlaufzeit ausgelöst wird, groß gegen 1 ist.

Im Experiment³ wurde versucht, diesen Fall durch eine konstante starke Einstrahlung und durch eine langsam anwachsende Spannung zu realisieren. Hierdurch ist die Bedingung $i_0 = 0$ für $t \leq 0$ nicht erfüllt, d. h. beim Start des Ionisierungsvorganges war die Entladungsstrecke nicht frei von Ladungsträgern. Welcher Fehler hierdurch hineingebracht wurde, ist theoretisch schwer zu übersehen; aus diesem Grunde ist das Verfahren nicht empfehlenswert. Immerhin ergab sich aus diesen Versuchen ein Wert des Generationsabstandes, der mit dem nach Verfahren 1 gemessenen übereinstimmte.

In der Arbeit von BANDEL² wurde eine konstante Einstrahlung mit einer bei $t = 0$ eingeschalteten Hochspannung verwendet. Wegen der erforderlichen großen Steilheit der Einschaltflanke entsteht jedoch ein Verschiebungsstrom durch die Kapazität der Entladungsstrecke, der groß gegenüber den zu untersuchenden Strömen ist und der zur sofortigen Übersteuerung der verwendeten Verstärker führen würde. BANDEL umgeht diese Schwierigkeit durch Verwendung eines schnellen Schalters, der erst nach dem Abklingen des Verschiebungsstromes die Verstärker an den Arbeitswiderstand schaltet. Er gewinnt damit eine gute Erfüllung der Anfangsbedingung, kann jedoch die anfängliche Entwicklung des Stromes wegen der Schaltverzögerung nicht beobachten.

Die Frage des Primärstromes bedarf in der BANDELSchen Arbeit einer näheren Diskussion. Er verwendete Primärströme von 60, 12 und 6 Elektronen pro μs . 60 El./ μs entspricht etwa 6 El./ T_- ($T_- \approx 10^{-7}$ s); hier kann angenommen werden, daß die Statistik wohl keine Rolle mehr spielt. Dagegen ist bei 1 El./ T_- (12 El./ μs) – diese Meßreihe wurde von BANDEL einer theoretischen Analyse unterworfen – und 1 El./2 T_- (6 El./ μs) sicher, daß die Entladung von einem einzigen Elektron gestartet wird. In welchem Maße die weiterhin erzeugten Primärelektronen den Stromanstieg beeinflussen und unter Umständen bewirken, daß trotz allem ein Mittelwert der Statistik gemessen wurde, soll an Hand einer Meßkurve von BANDEL diskutiert werden (Fig. 5 in Anm.², S. 1121):

Hierzu wurde ein Stromverlauf mit der kleinsten Überspannung einer Meßreihe mit 12 El./ μ s im linearen Maßstab aufgetragen (Stromverlauf mit 70 μ s Aufbauzeit in Anm.², Fig. 5). Dabei ergab sich ein linearer Anstieg von $I = 2,5 \mu\text{A}$ bei $t = 10 \mu\text{s}$ (Beginn der Meßkurve) an bis zu $I = 22,5 \mu\text{A}$ bei $t = 30 \mu\text{s}$. Hier setzt eine Abweichung nach höheren Stromwerten ein, die einmal wegen $\mu = 1,02 > 1$ (siehe unten) und zum anderen durch allmähliches Anwachsen der Raumladung gedeutet werden kann. Für kleine Zeiten läßt sich bei wenig von 1 verschiedenem μ immer $\mu = 1$ setzen, was den linearen Anstieg erklärt. Die Steigung in diesem Teil beträgt $S = 1,0 \text{ A s}^{-1}$.

Die Steigung kann je nach dem zugrunde gelegten Modell verschieden ausgewertet werden:

1 a) Wird das Modell der starken Einstrahlung zugrunde gelegt, so gilt Gl. (45). Zur Auswertung wurde aus eigenen Messungen und nach Anm.¹⁵ $E_D/p = 39,6 \text{ V}(\text{cm mm Hg})^{-1}$ angenommen, da bei BANDEL die statische Durchbruchspannung und die Überspannung nicht genau bekannt sind. (Die Durchschlagfeldstärke wurde unter fast gleichen Bedingungen wie bei den BANDELSchen Messungen bestimmt.) Aus der Aufbauzeit von 70 μs läßt sich nach Anm.¹⁵ $\mu = 1,02$ abschätzen; für die Gasverstärkung erhält man nach Anm.¹⁶ $\alpha d = 11,4$ in Luft. Aus Gl. (45) folgt mit $i_0 = 12 \text{ El./}\mu\text{s}$ eine Elektronenlaufzeit von

$$T_- = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Dieser Wert ist zu groß; die von NIELSEN und BRADBURY¹⁴ gemessenen v_- -Werte ergeben durch Extrapolation auf $E/p = 39,6$ ($d = 1 \text{ cm}$)

$$T_- = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

¹⁵ W. KÖHRMANN, Z. angew. Phys. 7, 183 [1955].

¹⁶ K. MASCH, Arch. Elektrotechn. 26, 587 [1932].

1 b) Berücksichtigt man die Tatsache, daß in Luft negative Ionen gebildet werden, so ergibt eine Abschätzung, die hier aber nicht mitgeteilt wird, eine Modifizierung der Gl. (45):

$$S = \frac{i_0 e^{\alpha d}}{T_-} \frac{1}{\alpha d - 1} \left[1 + (\alpha d - 1) \frac{\bar{\eta} d + \bar{\eta} d}{\alpha d} \right], \quad \mu = 1. \quad (46)$$

$\bar{\eta}$ ist hier der analog zum Stoßionisierungskoeffizienten definierte Anlagerungskoeffizient; α bedeutet dann die Differenz Stoßionisierungs- minus Anlagerungskoeffizient. Mit den obigen Werten und $\bar{\eta} d = 4,3$ (s. Anm.¹⁷) ($p d = 717 \text{ cm mm Hg}$, auf 20 °C umgerechnet) folgt für die Elektronenlaufzeit

$$T_- = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Dieser Wert liegt noch ungünstiger als der oben abgeschätzte.

2) Die Vorstellung, daß ein einziges Elektron die Entladung startet, führte zu Gl. (38). Diese ergibt mit $T_- = 6,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ einen mittleren Photogenerationsabstand

$$\bar{T}_g = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Dieses Ergebnis, daß der mittlere Photogenerationsabstand ein Vielfaches der Elektronenlaufzeit beträgt, liegt im Sinne früherer Messungen, siehe Seite 545.

Aus dieser Diskussion geht hervor, daß die Auswertungen 1 a) und 1 b) nicht zulässig zu sein scheinen, wohingegen die Auswertung 2) wohl eher gerechtfertigt ist. Leider sind die Einstrahlungsbedingungen bei BANDEL so wenig günstig gewählt, daß eine einwandfreie Auswertung nicht möglich ist.

Diese Arbeit wurde im Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg angefertigt. Der Autor ist dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr. H. RAETHER, für viele fördernde Diskussionen zu Dank verpflichtet.

¹⁷ A. N. PRASAD, Private Mitteilung; $\bar{\eta}/p = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (cm mm Hg)}^{-1}$ für $E/p = 40 \text{ V}(\text{cm mm Hg})^{-1}$ (p auf 20 °C reduziert) in trockener Luft.